

文章编号:1000-8055(2019)01-0099-07

doi:10.13224/j.cnki.jasp.2019.01.012

叶盘耦合振动转/静子叶片数与节径数关系

郭秩维, 曹航, 马青超, 伊锋, 杜少辉

(中国航空发动机集团有限公司 沈阳发动机研究所, 沈阳 110015)

摘 要: 针对航空发动机中叶盘结构的共振分析问题,通过研究气体激励力和叶盘节径型振动在转子坐标系下的数学表达形式,利用叶盘结构共振时,气体激励力需要对叶盘系统做正功的条件,推导了叶盘发生共振时,节径数与转/静子叶片数应满足的关系式 $d_m = |kN_v - nN_b|$ 。通过3个数值算例对上述关系式进行了阐述:从气动功和谐响应分析的角度验证了当上述关系存在时,且激励频率等于结构固有频率时,叶盘系统会发生危害共振;同时指出,当上述变量不满足上述关系时,若激励频率等于叶盘结构的固有频率,也会引起部分叶片发生较大振动的可能。

关键词: 共振分析; 航空发动机; 叶盘结构; 耦合振动; 节径

中图分类号: V232

文献标志码: A

Relationship between rotor/vanes blade number and nodal diameter number of bladed-disk coupling vibration

GUO Zhiwei, CAO Hang, MA Qingchao, YI Feng, DU Shaohui

(Shenyang Engine Research Institute,

Aero Engine Corporation of China, Shenyang 110015, China)

Abstract: Targeting the resonant analysis of aero-engine bladed-disk structure, by studying the mathematical formula of the gas excitation and nodal diameter vibration in the revolving coordinate and based on the positive work condition when the gas excitation acted on the bladed-disk structure, a relational expression $d_m = |kN_v - nN_b|$ describing the relationship between the number of nodal diameter and rotor/stator was deduced while the structure was in resonance. Three numerical examples were given to illustrate the above relation: from the perspective of aerodynamic work and harmonic response, a bladed-disk structure was in resonance while the above relation existed and the excited frequency was equal to structural natural frequency, and moreover, partial blades may be in serious vibration state while the above-mentioned frequency was equal even if the fore-mentioned relation was not satisfied.

Key words: resonance analysis; aero-engine; bladed-disk; coupling vibration; nodal diameter

航空发动机是一种结构复杂的高速旋转机械,其上的转动叶片和固定叶片的轮盘是航空发

动机重要的关键件。叶盘的结构完整性是航空发动机设计从始至终迫切关注的问题。其中,防止

收稿日期:2018-01-29

基金项目:国家重大专项研究项目

作者简介:郭秩维(1981-),男,高级工程师,博士,主要从事航空发动机结构强度、振动、寿命及可靠性研究。

引用格式:郭秩维,曹航,马青超,等.叶盘耦合振动转/静子叶片数与节径数关系[J].航空动力学报,2019,34(1):99-105. GUO Zhiwei, CAO Hang, MA Qingchao, et al. Relationship between rotor/vanes blade number and nodal diameter number of bladed-disk coupling vibration[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(1): 99-105.

叶盘结构的共振对于航空发动机结构完整性和工作可靠性是至关重要的^[1],已成为结构设计的重要准则^[2]。但在工程实践中,无论是压缩系统或是涡轮系统,叶盘振动故障还经常发生,这反映了对于叶盘结构的振动分析、设计、评价和试验等方面,仍然没有成熟,系统的分析理论和设计规范,仍需要进一步深入和系统的分析研究^[3]。

在航空发动机内部,激起转动叶盘结构振动的力主要是上/下游静子结构所产生的流体激励力^[4-6]。在以规避发动机叶盘结构危害振动为目的的工程设计中,首先要明确叶盘结构的共振条件。目前,国内工程应用中最为认可和广泛应用的叶盘共振理论和条件是“三重点理论”^[7-9],认为共振需同时满足如下三个条件:①激励力频率等于结构固有频率;②节径数等于激励阶次;③节径数最多为叶盘结构中叶片数的一半。基于此结论,王延荣、张大义等^[2,10]认为当上游静子数多于叶盘结构转子叶片数一半时,便不会引起叶盘耦合振动。对于“三重点理论”的第二个条件,不同学者根据他们的研究,给出了不同的解读。姚建尧、辛建强^[11-12]认为节径数应等于上/下游静子叶片(或支板)的数目减去叶盘结构转子叶片数的正整数倍,“三重点理论”只是上述条件,当静子叶片(支板)数等于叶盘耦合振动模态节径数的特殊情况。乞征、王建军^[13]认为节径数应等于上/下游静子叶片(或支板)的数目减去叶盘结构转子叶片数的整数倍的绝对值,这种判据避免了由任意整数带来的确定激励阶次或节径的不确定性。徐峰、吴长波等^[14-15]给出了一种节径数与激励阶次和转子叶片数的关系,认为节径数等于激励阶次的正整数倍(一般为1倍)减去转子叶片数正整数倍的绝对值。最近,李琳等^[16]的研究工作,通过假设结构固有频率与转子叶片数,节径数和转速频率的关系,利用共振时结构固有频率等于激励频率的条件,给出静子叶片数的正整数倍应等于转子叶片数的非负整数倍加减节径数。

从上述研究的概述可以看出,对于共振条件,不同学者都认为,节径数与转/静子叶片数之间有一定关系,但不同学者给出的判定原则很不一致。

本文通过研究在转子坐标系下叶盘结构的激励力和节径型振动的数学表达形式,通过共振时,气体激励力需做正功的条件,给出了节径数与转/静子叶片数的关系,其基本结论与李琳等^[16]给出的结论一致。

1 转子叶片激励力描述

假设某级转子叶片数为 N_b ,其前面或后面有 N_s 个静子叶片(或支板),转子的转动速度为 Ω (r/min)。建立随转子转动的坐标系 $O^R-R\theta Z$,则在转动坐标系下,静子以 $-\Omega$ (r/min) 的速度相对转子叶片排(或坐标系 $O^R-R\theta Z$) 旋转。在任意时刻,由于气流流经静子叶片排所形成的激励力为一个相对于角坐标 θ 的周期激励力(如图1),其最小正周期为 $2\pi/N_s$,即有 $f(\theta) = f(\theta + 2\pi/N_s)$ 。其关于角度的三角级数展开有

$$f(\theta) = f_0 + \sum_{k=1}^{\infty} f_k \cos(kN_s\theta) \quad (1)$$

由图2可知,对于任意第 i 个转子叶片,其激励力为

$$f_i(t) = f_0 + \sum_{k=1}^{\infty} f_k \cos\left\{kN_s[\Omega t + (i-1)\Delta\theta]\right\} \quad (2)$$

式中 t 为时间, $\Delta\theta = 2\pi/N_b$ 。

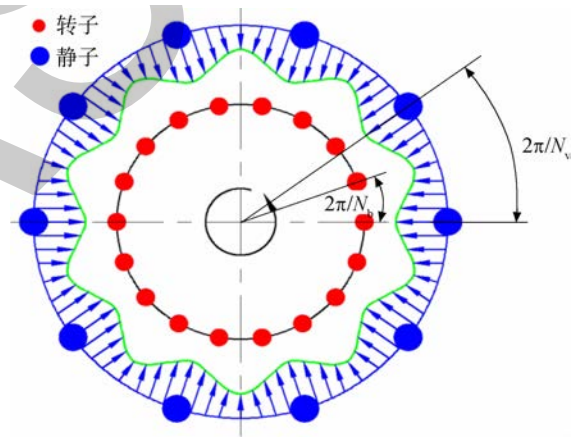


图1 静子叶片形成的激励力空间分布

Fig. 1 Spatial distribution pattern of stator blades exciting force

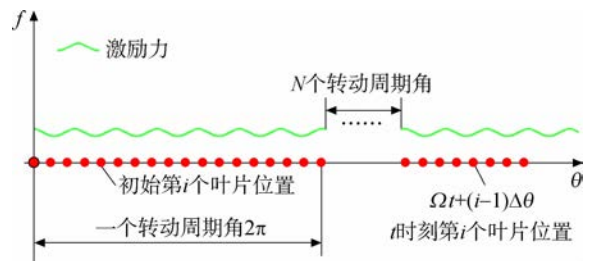


图2 任意时刻第 i 个叶片激励力示意图

Fig. 2 Exciting force diagram of the i th blade at any time

这里以一个简单例子,说明式(2)中任意第 k 阶分量的特征。假设 $N_b = 10, N_v = 15, \Omega = 100$ rad/s。不同时刻,当 $k=1$ 时谐波分力在圆周上的分布如图 3 所示,可见此谐波分力为一行波。

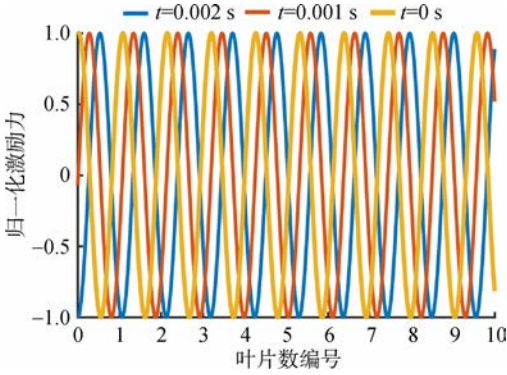


图 3 谐波分力随时间变化示意图

Fig. 3 Time-varying harmonic force diagram

2 叶盘的振动模态

在 $O^R-R\theta Z$ 坐标系下,对于一个旋转周期对称的叶盘耦合结构,考虑其节径型振动响应。在上述激励力作用下,第 i 个叶片的振动响应可表示为

$$u_i(t) = u_0 + \sum_{m=1}^{\infty} u_m \cos[d_m(i-1)\Delta\theta] \cdot \cos(\omega_m t - \varphi_m) \quad (3)$$

式中 i 为叶片编号; d_m 为结构的节径数,其最大值记为 d_{\max} 。当转子叶片数为偶数时 $d_{\max} = N_b/2$; 当转子叶片数为奇数时, $d_{\max} = (N_b - 1)/2$ 。 ω_m 表示当节径数为 d_m 时结构的某阶固有频率, u_m 表示当节径数为 d_m 且固有频率为 ω_m 时所对应的相对振动位移。

对于给定某个节径 d_m 和某阶频率 ω_m , $\cos[d_m(i-1)\Delta\theta]$ 描述了叶盘结构某径向位置下沿周向各点在某一方向上的归一化的相对位移分布。仍以上面转子叶片数 $N_b = 10$ 为例,当 $d_m = 5$ 的振动模态如图 4 所示。

需要指出的是,节径数 d_m 与频率 ω_m 之间没有必然的联系,即是说不是随着节径数 d_m 的增加,频率 ω_m 也增加。实际上对于叶盘结构某个节径 d_m 下,存在无限多个频率,某一高阶频率可能对应一个较低的节径数,许多不同的模态振型可能具有相同的节径数。

由三角函数的和差与积互化公式,对于节径数为 d_m ,固有频率 ω_m 为的振动模态,可展开写为

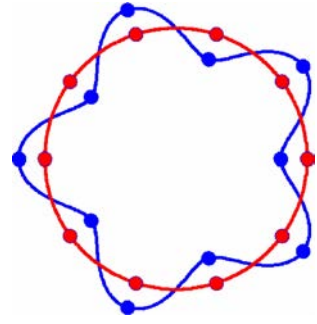


图 4 $N_b = 10, d_m = 5$ 时振动模态示意图

(红色线为平衡位置)

Fig. 4 Vibration mode diagram of $N_b = 10, d_m = 5$ (red line denote equilibrium position)

$$u_m \cos(\omega_m t - \varphi_m) \cos[d_m(i-1)\Delta\theta] = \frac{1}{2} u_m \cos[\omega_m t + d_m(i-1)\Delta\theta - \varphi_m] + \frac{1}{2} u_m \cos[\omega_m t - d_m(i-1)\Delta\theta - \varphi_m] \quad (4)$$

综合式(3)和式(4),当采用周期对称结构方法进行模态分析时,叶片的振动响应是零节径模态和节径数为 d_m 下所有前/后行波振动模态的叠加。

3 叶盘结构共振条件

3.1 激励力所产生的气动功

由机械功的定义,在 $O^R-R\theta Z$ 坐标系下,静子叶片排相对转子叶片排转动一周,气体激励力的第 k 阶分量对结构的 d_m 节径的某阶模态所做的功为

$$W = \sum_{j=1}^{N_v} \sum_{i=1}^{N_b} \int_0^T \dot{W}_i dt \quad (5)$$

式中 \dot{W}_i 为对第 i 个转子叶片,任意一个 k 阶激励力扫过叶片时所产生的气动功率。

1) 对于零节径振动模态

$$\dot{W}_i = f_k u_m \omega_m \cos\left\{k N_v [\Omega t + (i-1)\Delta\theta]\right\} \cdot \cos\left(\omega_m t - \varphi_m + \frac{\pi}{2}\right) \quad (6)$$

2) 对于前行波模态

$$\dot{W}_i = \frac{1}{2} f_k u_m \omega_m \cos\left\{k N_v [\Omega t + (i-1)\Delta\theta]\right\} \cdot \cos\left[\omega_m t + (i-1)\Delta\theta d_m - \varphi_m + \frac{\pi}{2}\right] \quad (7)$$

3) 对于后行波模态

$$\dot{W}_i = \frac{1}{2} f_k u_m \omega_m \cos\left\{k N_v [\Omega t + (i-1)\Delta\theta]\right\} \cdot \cos\left[\omega_m t - (i-1)\Delta\theta d_m - \varphi_m + \frac{\pi}{2}\right] \quad (8)$$

T 为一个 k 阶激励力扫过第 i 个转子叶片的时间, 定义为

$$T = \frac{2\pi}{kN_v\Omega} \quad (9)$$

3.2 共振条件

下面分析在不同振动模式下, 气动激励力所做的功, 从而得出叶盘系统的共振条件。

3.2.1 对于零节径振动模式

由式(5)和式(6), 当共振时, 应有气动激励力频率等于结构的频率, 即有 $\omega_m = kN_v\Omega$, 且 $\varphi_m = \pi/2$ 。将周期 T 表达式带入上式, 并做积分变量替换, 令 $\tau = kN_v\Omega$ 并注意到

$$\int_0^{2\pi} \cos^2(x) dx = \pi \quad (10)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin x \cos x dx = 0 \quad (11)$$

则有

$$\int_0^T \dot{W}_i dt = \pi f_k u_m \cos[kN_v(i-1)\Delta\theta] \quad (12)$$

由式(12)可见, 对于零节径振动模式, 若使得所有叶片都发生共振, 且 $\Delta\theta$ 是与转子叶片数相关的量, 并且 $i-1$ 为正整数, 故有

$$\frac{N_v}{N_b} k(i-1) = n \Leftrightarrow \frac{N_v}{N_b} k = n^* \quad (13)$$

式中 n, n^* 为正整数。

3.2.2 对于前行波振动模式

由式(5)和式(7), 有

$$\int_0^T \dot{W}_i dt = \frac{1}{2} f_k u_m \cdot \cos[kN_v(i-1)\Delta\theta - d_m(i-1)\Delta\theta] \quad (14)$$

由式(14)可见, 对于前行波振动模式, 若使得所有叶片都发生共振, 且 $\Delta\theta$ 是与转子叶片数相关的量, 并且 $i-1$ 为正整数, 故有

$$\frac{i-1}{N_b} (kN_v - d_m) = n \Leftrightarrow \frac{kN_v - d_m}{N_b} = n^* \quad (15)$$

3.2.3 对于后行波振动模式

$$\int_0^T \dot{W}_i dt = \frac{1}{2} f_k u_m \cdot$$

$$\cos[kN_v(i-1)\Delta\theta + d_m(i-1)\Delta\theta] \quad (16)$$

与前行波类似, 对于后行波模式, 若使得所有叶片都发生共振, 则应有

$$\frac{i-1}{N_b} (kN_v + d_m) = n \Leftrightarrow \frac{kN_v + d_m}{N_b} = n^* \quad (17)$$

综合式(13)、式(15)和式(17), 当发生有害共振时, 转子叶片数, 静子叶片数和节径数应满足如下关系:

$$d_m = |kN_v - nN_b| \quad (18)$$

式(18)对叶盘结构振动分析和设计的指导意义在于: 一方面在给定转、静子叶片数和叶盘结构的前提下, 可以通过式(18)确定可能发生共振的节径数; 另一方面, 当转动叶盘结构确定时, 即 N_b 和 d_m 确定, 可以通过式(18)的指导, 调整静子叶片数, 进而避开危险节径下的振动。

4 数值算例

这里从气动功和谐响应分析的角度, 以航空发动机叶盘结构中典型转/静子叶片数为例, 说明当转/静子叶片数, 节径数和激励阶次之间的关系满足或者不满足式(18)时, 叶盘结构系统可能出现的振动情况。

4.1 算例 1

假设转子叶片数 $N_b = 19$, 静子叶片数 $N_v = 17$, 激励阶次 $k = 1$, 节径 $d_m = 2$, $\Omega = 100$ rad/s。根据式(15)和式(17)有

$$\frac{kN_v - d_m}{N_b} = \frac{17 - 2}{19} = 0.7895 \quad (19)$$

$$\frac{kN_v + d_m}{N_b} = \frac{17 + 2}{19} = 1 \quad (20)$$

由于叶片数较多, 限于篇幅, 这里仅列出第 16 个叶片激励力和前/后行波振动速度随时间的变化规律, 其他叶片与此类似, 如图 5 所示。

由图 5 可见, 激励力只对后行波模式做正功, 而与前行波模式不能保证时时刻刻都做正功, 即

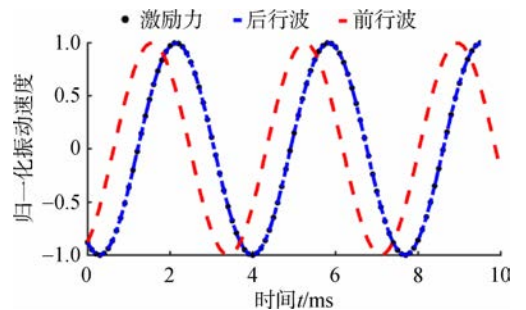


图 5 激励力和前/后行波振动速度随时间变化关系图
Fig. 5 Time-varying diagram of the exciting force and vibration velocity of the forward and backward wave

当静子叶片数为 17 时,如果激励力频率与叶盘结构 2 节径后行波模态频率一致时,将激起整个叶盘结构中的所有叶片的后行波危险振动。

4.2 算例 2

假设转子叶片数 $N_b = 81$, 静子叶片数 $N_v = 40$, 激励阶次 $k = 5$, 节径 $d_m = 5$, $\Omega = 100 \text{ rad/s}$ 。此时,式(15)和式(17)有

$$\frac{kN_v - d_m}{N_b} = \frac{200 - 5}{81} = 2.4074 \quad (21)$$

$$\frac{kN_v + d_m}{N_b} = \frac{200 + 5}{81} = 2.5308 \quad (22)$$

由于转子叶片数较多,这里仅列出部分结果。当激励频率等于结构固有频率时,按照上述叶片数、激励阶次和节径数,不会引起所有叶片都发生危险性振动。但激励力与振动速度随时间变化存在如下 4 种情形:

- 1) 激励力随时间变化的规律与振动速度随时间变化的规律完全一致,如图 6,此时特定相位的叶片会有危害性的振动响应。
- 2) 激励力随时间变化的规律与振动速度随时间的变化的规律基本一致,如图 7,此时特定相位的叶片亦会有很大的振动响应。
- 3) 激励力随时间变化的规律与振动速度随时间的变化的规律部分相反,如图 8,此时特定相位叶片会有较小的振动响应。
- 4) 激励力随时间变化规律与振动速度随时间的变化规律基本相反,如图 9,此时特定相位叶片不振动。

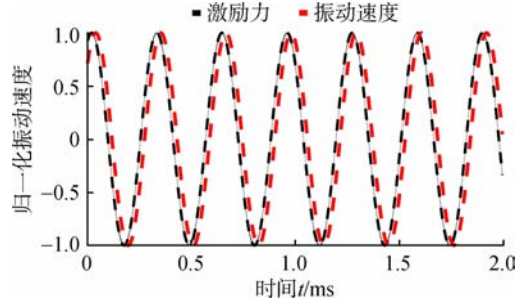


图 7 激励力和振动速度基本同步图

Fig. 7 Basically synchronous diagram of exciting force and vibration velocity

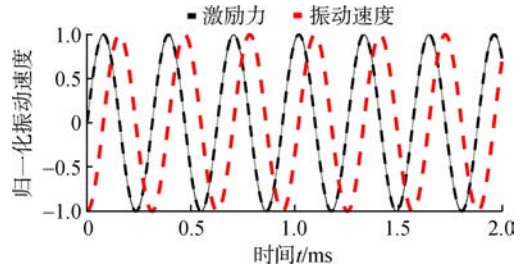


图 8 激励力和振动速度部分同步图

Fig. 8 Partially synchronous diagram of exciting force and vibration velocity

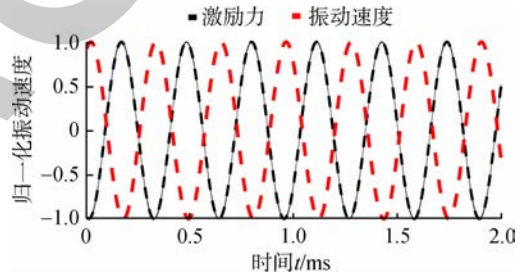


图 9 激励力和振动速度完全不同步图

Fig. 9 Asynchronous diagram of exciting force and vibration velocity

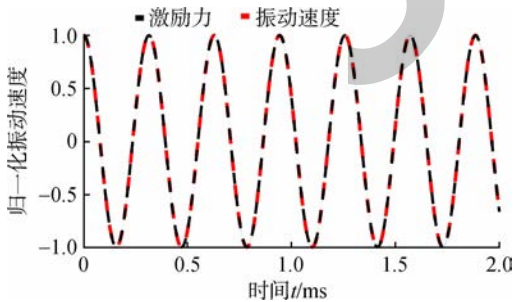


图 6 激励力和振动速度完全同步图

Fig. 6 Fully synchronous diagram of exciting force and vibration velocity

4.3 算例 3

某简化发动机转子叶盘结构如图 10 所示,材料为 TC17,其中转子叶片数为 20,静子叶片数为 18,激励阶次 $k = 1$,扫频范围为 $[0, 2000] \text{ Hz}$ 。根据如上分析,对于节径数 $d_m = 2$ 的某阶模态是危

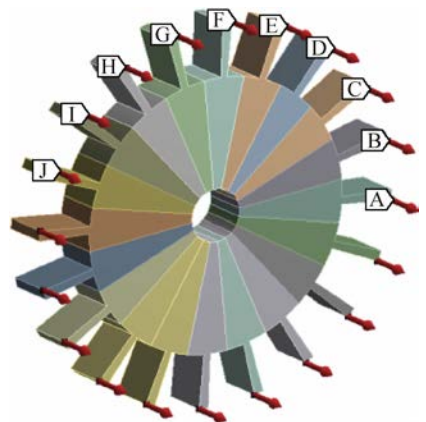


图 10 简化叶盘结构示意图

Fig. 10 Simplified structure diagram of bladed-disk

险的。为了验证这一结论,任取假叶片上某点,其谐响应结果如图 11 所示,叶盘结构的前三节径下的部分模态频率结果如表 1。

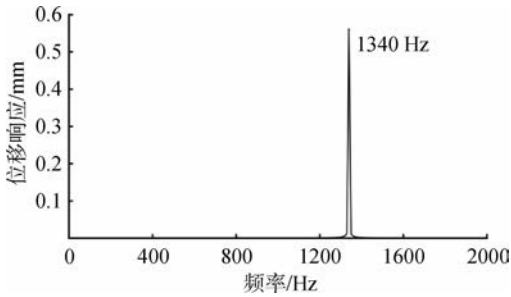


图 11 叶盘频响曲线

Fig. 11 Frequency response curve of bladed-disk

表 1 叶盘结构频率结果

Table 1 Frequency results of bladed-disk

节径	阶次	频率/Hz
0	1	800.71
0	2	1177.9
0	3	1388.9
0	4	2892.7
1	1	970.61
1	2	970.61
1	3	987.41
1	4	987.41
2	1	997.02
2	2	997.02
2	3	1339.0
2	4	1339.0
2	5	2897.6
2	6	2897.6
3	1	997.66
3	2	997.66
3	3	2230.5
3	4	2230.5

由谐响应和结构频率计算结果对比可见,叶盘结构存在较大响应的频率点为 1340 Hz,基本对应于结构 2 节径的 3 阶、4 阶频率,其振动模态如图 12 所示。

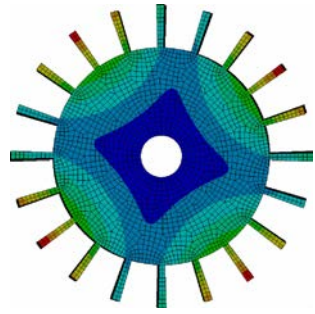


图 12 第 2 节径振动模态

Fig. 12 The second nodal-diameter vibration mode

5 结 论

本文通过研究在转子坐标系下叶盘结构的激励力和节径型振动的数学表达形式,通过共振时,气体激励力需做正功的条件,给出了叶盘结构系统所有叶片共振时,节径数、转/静子叶片数和激励阶次的关系式。通过数值算例 1 和算例 3,从气动功和谐响应分析的角度,验证了当上述变量满足式(18)时,叶盘结构系统所有叶片可能发生危害共振。此外,需要指出的是,当转/静子叶片数,节径数和激励阶次不满足关系式(18)时(见算例 2),当激励力的频率与结构的固有频率一致时,也可能造成叶盘结构中少量叶片的较大振动。

参考文献:

- [1] 王建军,姚建尧,李其汉. 刚度随机失谐叶盘结构概率模态特性分析[J]. 航空动力学报,2008,23(2):257-262.
WANG Jianjun, YAO Jianyao, LI Qihan. Probability characteristics of vibratory mode of bladed disk assemblies with random stiffness mistuning[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(3): 257-262. (in Chinese)
- [2] 王延荣,田爱梅. 叶/盘结构振动分析中几个问题的探索[J]. 推进技术,2002,23(3):233-236.
WANG Yanrong, TIAN Aimei. Several issues in the implementation of vibration analysis of bladed disk[J]. Journal of Propulsion Technology, 2002, 23(3): 233-236. (in Chinese)
- [3] 孙浩琳,吴娅辉,朱振宇. 某航空发动机整体叶盘耦合振动特性分析[J]. 计测技术,2015,35(5):28-30.
SUN Haolin, WU Yahui, ZHU Zhenyu. Coupling vibration characteristics analysis of holistic bladed disk[J]. Metrology and Measurement Technology, 2015, 35(5): 28-30. (in Chinese)
- [4] 孙海,王培屹,郑宁,等. 基于非线性谐波法评估压气机转静干涉诱发的强迫响应[J]. 航空发动机,2015,41(2):40-44.
SUN Hai, WANG Peiyi, ZHENG Ning, et al. Evaluating of the forcing response under compressor stator-rotor interaction using NLH[J]. Aeroengine, 2015, 41(2): 40-44. (in Chinese)

- Chinese)
- [5] MOFFATT S, HE L. Blade forced response prediction for industrial gas turbines[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2005, 18(3): 15-19.
- [6] 孟越, 李琳, 李其汉. 尾流激振情况下叶片强迫响应瞬态分析方法[J]. *北京航空航天大学学报*, 2006, 32(6): 671-674.
MENG Yue, LI Lin, LI Qihan. Transient analytical method of vane forcing response under stator-rotor wake influence[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2006, 32(6): 671-674. (in Chinese)
- [7] 晏砺堂, 朱梓根, 李其汉. 高速旋转机械振动[M]. 北京: 国防工业出版社, 1994.
- [8] 中国航空工业总公司发动机系统工程局. 航空涡喷、涡扇发动机结构设计准则研究报告[M]. 北京: 中国航空工业总公司发动机系统工程局, 1997.
- [9] 航空发动机设计手册总编委会. 航空发动机设计手册: 第18册 叶片轮盘及主轴强度分析[M]. 北京: 航空工业出版社, 2001.
- [10] 张大义, 史亚杰, 林力, 等. 带宽弦叶片的盘片耦合振动特性研究[J]. *北京航空航天大学学报*, 2004, 30(9): 808-812.
ZHANG Dayi, SHI Yajie, LIN Li, et al. Model analysis of bladed disk coupled system of compressor with low aspect ratio[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2004, 30(9): 808-812. (in Chinese)
- [11] 姚建尧. 流体激励下谐调和失谐整体叶盘结构响应分析[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2010.
YAO Jianyao. Forced response analysis of bladed disk under fluid excitation[D]. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2010. (in Chinese)
- [12] 辛建强. 航空发动机转自结构的典型振动问题研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2011.
XIN Jianqiang. Research on typical problems of blisk rotor vibration in turbomachinery[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011. (in Chinese)
- [13] 乞征, 王建军. 叶盘耦合共振条件中激励阶次的确定[J]. *北京航空航天大学学报*, 2014, 40(7): 984-987.
QI Zheng, WANG Jianjun. Excitation order verification of bladed-disk coupled resonance condition[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2014, 40(7): 984-987. (in Chinese)
- [14] 徐峰, 李春松, 罗秋生, 等. 轴流压气机整体叶盘叶片裂纹故障研究[J]. *燃气涡轮试验与研究*, 2012, 25(4): 25-29.
XU Feng, LI Chunsong, LUO Qiusheng, et al. Study on the blade crack of an axial flow compressor blisk[J]. *Gas Turbine Experiment and Research*, 2012, 25(4): 25-29. (in Chinese)
- [15] 吴长波, 周拜豪, 崔海涛, 等. 小展弦比带掠风扇转子叶片的耦合颤振[J]. *航空动力学报*, 2014, 29(12): 2887-2890.
WU Changbo, ZHOU Baihao, CUI Haitao, et al. Coupling flutter of swept fan rotor blade with small aspect ratio[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2014, 29(12): 2887-2890. (in Chinese)
- [16] 李琳, 马浩然, 王培屹. 转静干涉流畅的激励特征与叶盘结构的共振设计[J]. *航空动力学报*, 2016, 31(6): 1368-1376.
LI Lin, MA Haoran, WANG Peiyi. Excitation characteristics of rotor/stator-interaction flow field and resonant design of bladed disk[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2016, 31(6): 1368-1376. (in Chinese)

(编辑: 叶青)