

文章编号:1000-8055(2019)09-1873-06

doi:10.13224/j.cnki.jasp.2019.09.003

幂函数退化曲线快速测试方法

傅惠民, 文歆磊, 隗依岸

(北京航空航天大学 小样本技术研究中心, 北京 100191)

摘 要: 针对工程中常见的“先快后慢”的退化曲线,提出一种幂函数退化曲线快速测试方法,能够通过快速退化阶段试验数据或加上少量缓慢退化阶段试验数据对整条退化曲线进行拟合和外推。大量工程实例计算和 Monte Carlo 模拟结果表明:即使只有快速退化阶段试验数据,该方法得到的整条曲线也能很好地逼近退化曲线真值或偏于保守,工程上安全可用。分别对三参数幂函数退化曲线(橡胶老化曲线、S-N 曲线、 ϵ -N 曲线、LED 光强衰减曲线等)和四参数幂函数退化曲线(应力松弛曲线、蠕变持久曲线等)快速测试方法进行了详细讨论,给出相应的中值退化曲线和高置信度、高可靠度退化曲线。从所给两个实例对比可以看到,所提方法可以比传统方法节省 2/3 左右的试验时间和成本。

关键词: 性能退化; 幂函数; 退化曲线; 快速测试; 老化; 松弛; 可靠性

中图分类号: V19; TB114; O211

文献标志码: A

Rapid determination method for degradation curve subject to power function

FU Huimin, WEN Xinlei, WEI Yian

(Research Center of Small Sample Technology,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Many degradation curves illustrate a two-stage property where the deterioration is fast in the first stage and then becomes slow in the second stage. For this sort of degradation curves subject to power function, a rapid determination method was proposed, which can fit and extrapolate the complete degradation curve with the test data from fast degradation stage, or adding a small amount of test data from slow degradation stage. Abundant analyses of real applications and Monte Carlo simulations showed that, under this circumstance the obtained curve can also approach the true value, or be more conservative, which is safe and useable in engineering. Rapid determination methods for three-parameter power function degradation curve (rubber aging curve, S-N curve, ϵ -N curve, light intensity degrading curve of LED, etc) and four-parameter power function degradation curve (stress relaxation curve, creep rupture curve, and so forth) were discussed, corresponding median degradation curve and confidence limit curve with high confidence level and high reliability were further derived. According to the comparative analyses of two real applications, it can

收稿日期: 2019-05-08

基金项目: 2018 年智能制造综合标准化项目《基于数字仿真的机械产品可靠性测试方法标准研究与试验验证》;

国家重点基础研究发展计划(2012CB720000)

作者简介: 傅惠民(1956—),男,“长江学者”特聘教授,博士,主要从事小样本信息技术、信号分析与处理、数据融合方法、可靠性及估计理论研究。

引用格式: 傅惠民,文歆磊,隗依岸. 幂函数退化曲线快速测试方法[J]. 航空动力学报,2019,34(9):1873-1878. FU Huimin, WEN Xinlei, WEI Yian. Rapid determination method for degradation curve subject to power function[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(9): 1873-1878.

be concluded that the proposed method can save about two-third of test time and cost.

Key words: performance degradation; power function; degradation curve; rapid determination; aging; relaxation; reliability

性能退化曲线是产品寿命预测和可靠性评估的基础,其中退化“先快后慢”是一类工程上常见的两阶段退化过程,如弹簧应力松弛^[1],橡胶材料老化^[2],金属蠕变持久^[3],发光二极管(light-emitting diode, LED)光强衰减^[4],半导体激光器的性能衰退^[5]等。针对这类问题,传统做法是首先识别出退化拐点位置,然后分段建模,用第二阶段拟合结果进行外推分析^[6],这就要求试验过程中第二阶段退化规律稳定后才能停止测试。但是随着产品寿命和可靠性的不断提高,性能退化试验耗时越来越长。甚至对于加速寿命试验,在保证产品的失效模式不发生改变的前提下,加速载荷也不能太大,导致得到第二阶段退化数据同样非常困难^[7]。为此,本文进行了深入系统的研究,提出一种幂函数退化曲线快速测试方法,解决了上述难题。

1 三参数幂函数退化曲线快速测试方法

工程上,有一类“先快后慢”两阶段退化曲线,如材料老化曲线、S-N曲线、 ϵ -N曲线、LED光强衰减曲线等,对它们来说初始时刻的数据相对不重要,这类退化曲线均可以用下面的三参数幂函数描述

$$y = y_0 + Kx^b \quad (1)$$

式中 x 为测试时间, y 为性能退化量, y_0 、 K 和 b 均为待定参数。

通常,性能退化量 y 随时间分为单调递减过程和单调递增过程,本文主要讨论单调递减过程,(对于单调递增过程,只要将性能退化量 y 取倒数或负数,本文公式仍然成立)。下面分两种情况进行讨论。

1) $K > 0, b < 0$

此时 y_0 表示性能极限,即当 $x \rightarrow \infty$ 时, $y \rightarrow y_0$ 。这表明随着时间的增加,退化量最终会收敛到一个极限值。当测试数据的第二阶段较为平缓,随时间变化不大时,该条件适用,如 LED 光强衰减曲线。

2) $K < 0, b > 0$

此时 y_0 表示初始性能值,即当 $x = 0$ 时, $y =$

y_0 , 并且退化量随着时间的增加不断减小。当测试数据的第二阶段仍然下降,没有表现出明显的收敛迹象时,应使用该条件进行建模分析,如材料老化曲线。

不失一般性,仅对 $K > 0$ 的情况进行详细阐述,当 $K < 0$ 时,只需把式(1)变换为 $y_0 - y = -Kx^b$ 即可,求解过程相同。

对式(1)进行对数变换,得

$$\ln(y - y_0) = \ln K + b \ln x \quad (2)$$

令

$$X = \ln x, \quad Y = \ln(y - y_0) \quad (3)$$

得

$$Y = a + bX \quad (4)$$

式中 $a = \ln K$ 。

1.1 中值退化曲线的快速测试

设在第 i 个时刻 x_i 下测得 m_i 个试样的退化量 $y_{ij}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m_i$, 其均值的估计为

$$\bar{y}_i = \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{m_i} y_{ij} \quad (5)$$

将试验数据 (x_i, \bar{y}_i) 代入式(3)相应地求得

$$X_i = \ln x_i, \quad Y_i = \ln(\bar{y}_i - y_0) \quad (6)$$

根据最小二乘原理对数据 $(X_i, Y_i), i = 1, 2, \dots, n$ 进行处理,得到参数 a 和 b 的估计量 \hat{a} 和 \hat{b}

$$\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b}\bar{X} \quad (7)$$

$$\hat{b} = \frac{L_{xy}}{L_{xx}} \quad (8)$$

$$L_{yy0}L_{xx} - L_{xy0}L_{xy} = 0 \quad (9)$$

式中

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i \quad (10)$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(\bar{y}_i - y_0) \quad (11)$$

$$L_{xx} = \sum_{i=1}^n (\ln x_i)^2 - \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n \ln x_i \right]^2 \quad (12)$$

$$L_{xy} = \sum_{i=1}^n \ln x_i \ln(\bar{y}_i - y_0) - \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n \ln x_i \right] \left[\sum_{i=1}^n \ln(\bar{y}_i - y_0) \right] \quad (13)$$

$$L_{yy_0} = \sum_{i=1}^n \frac{\bar{Y} - Y_i}{y_i - y_0}, \quad L_{xy_0} = \sum_{i=1}^n \frac{\bar{X} - X_i}{y_i - y_0} \quad (14)$$

求解时,首先利用二分法由式(9)得到 y_0 的估计值 \hat{y}_0 ,再将其代入式(7)和式(8),求得 \hat{a} 和 \hat{b} 。

然后,将 $\hat{y}_0, \hat{K} = \exp(\hat{a})$ 和 \hat{b} 代入式(1),得到中值退化曲线

$$\bar{y} = \hat{y}_0 + \hat{K}x^{\hat{b}} \quad (15)$$

1.2 同方差条件下可靠性退化曲线的快速测试

下面讨论高置信度、高可靠度退化曲线的快速测试方法。根据退化过程中分散性是否随时间变化,退化曲线可分为同方差和异方差两种情况,本节讨论同方差下可靠性曲线的快速测试方法。

1.2.1 方差估计

设在第 i 个时刻 x_i 下测得 m_i 个试样的退化量 $y_{ij}, i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, m_i$,其标准差估计为

$$\hat{\sigma}_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{v_i}} \quad (16)$$

$$v_i = m_i - 1 \quad (17)$$

式中 \bar{y}_i 由式(5)求得, v_i 为标准差 $\hat{\sigma}_i$ 的自由度。

对于一个试样对应一条退化曲线,即这条退化曲线上的试验数据都来自同一试样的情况,那么它们之间不相互独立。但不同试样之间的试验数据是相互独立的,其在时刻 x_i 下的标准差估计由式(16)直接给出。

对于一个试样只得到一个试验数据,各试验数据点之间相互独立的情况,由于各个测试时刻的方差相同,因此可以将各个测试时刻的方差估计量进行融合,得到

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i \hat{\sigma}_i^2}{\sum_{i=1}^n v_i}} \quad (18)$$

$$v = \sum_{i=1}^n v_i \quad (19)$$

式中 v 为标准差 $\hat{\sigma}$ 的自由度。

1.2.2 高置信度、高可靠度退化量置信限估计

在时刻 $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ 下置信水平 $\gamma (\gamma \geq 50\%)$ 、可靠度 $R (R \geq 50\%)$ 的性能退化量单侧置信下限为

$$y_{R1,i} = \bar{y}_i - k(m_i, v_i) \hat{\sigma}_i \quad (20)$$

式中 $k(m_i, v_i)$ 为二维单侧容限系数,由下式求得^[8]:

$$k(m_i, v_i) = \frac{u_R + u_\gamma \sqrt{\frac{1}{m_i} \left(1 - \frac{u_\gamma^2}{w}\right) + \frac{u_R^2}{w}}}{1 - \frac{u_\gamma^2}{w}} \sqrt{\frac{2v_i - 1}{2v_i - 2}} \quad (21)$$

$$w = 2 \left(v_i + u_\gamma - c - \frac{1}{\sqrt{v_i + u_\gamma - c}} \right) \quad (22)$$

式中 $u_R = \Phi^{-1}(R), u_\gamma = \Phi^{-1}(\gamma), \Phi(\cdot)$ 为标准正态分布函数。 v_i 为 $\hat{\sigma}_i$ 的自由度, c 值可由文献^[9]查得,当 $v_i \geq 5$ 时,可取 $c=0.64$ 。

对于各试验数据相互独立且同方差的情况,可将式(20)~式(22)中的 $\hat{\sigma}_i$ 和 v_i 分别换成式(18)和式(19)给出的 $\hat{\sigma}$ 和 v 即可。

1.2.3 高置信度、高可靠度退化曲线的快速测试

研究发现,同方差下高置信度、高可靠度退化曲线也可以用式(1)表达,即可用式(4)描述。因此,只要将式(6)~式(14)中的平均值 \bar{y}_i 换成退化量单侧置信下限 $y_{R1,i} (i=1, 2, \dots, n)$,即可得到置信水平 γ 、可靠度 R 的性能退化量单侧置信下限曲线。

1.3 异方差条件下可靠性退化曲线的快速测试

对于退化过程中分散性随时间变化,即异方差的情况,其方差估计、退化量置信限计算和高置信度、高可靠度退化曲线拟合,与同方差且各试验数据不相互独立情况相同,这里不再赘述。

2 四参数幂函数退化曲线快速测试方法

工程上还有一类“先快后慢”退化曲线,对它们来说初始时刻的数据相对重要,如应力松弛曲线、蠕变持久曲线等,均可以用下面的四参数幂函数描述:

$$y = y_0 + K(x - x_0)^b \quad (23)$$

同样,采用四参数幂函数模型式(23),在缺少缓慢退化阶段试验数据时,通过第一阶段快速退化试验数据得到的整条退化曲线也能较好地逼近真实退化曲线,且偏于保守,工程上安全可用。

对式(23)作如下变换:

$$\ln(y - y_0) = \ln K + b \ln(x - x_0) \quad (24)$$

令

$$X = \ln(x - x_0), \quad Y = \ln(y - y_0) \quad (25)$$

得

$$Y = a + bX \tag{26}$$

式中 $a = \ln K$ 。

2.1 中值退化曲线的快速测试

设在第 i 个时刻 x_i 下测得 m_i 个试样的退化量 $y_{ij}, i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, m_i$, 其均值的估计 \bar{y}_i 由式(5)给出, 将试验数据 (x_i, \bar{y}_i) 代入式(25)相应地求得

$$X_i = \ln(x_i - x_0), \quad Y_i = \ln(\bar{y}_i - y_0) \tag{27}$$

根据最小二乘原理对数据 $(X_i, Y_i), i=1, 2, \dots, n$ 进行处理, 得到参数 a 和 b 的估计量 \hat{a} 和 \hat{b}

$$\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b}\bar{X} \tag{28}$$

$$\hat{b} = \frac{L_{xy}}{L_{xx}} \tag{29}$$

$$L_{yy0}L_{xx} - L_{xy0}L_{xy} = 0 \tag{30}$$

$$L_{yx0}L_{xx} - L_{xx0}L_{xy} = 0 \tag{31}$$

式中

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(x_i - x_0) \tag{32}$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(\bar{y}_i - y_0) \tag{33}$$

$$L_{xx} = \sum_{i=1}^n [\ln(x_i - x_0)]^2 - \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n \ln(x_i - x_0) \right]^2 \tag{34}$$

$$L_{xy} = \sum_{i=1}^n \ln(x_i - x_0) \ln(\bar{y}_i - y_0) - \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n \ln(x_i - x_0) \right] \left[\sum_{i=1}^n \ln(\bar{y}_i - y_0) \right] \tag{35}$$

$$L_{yy0} = \sum_{i=1}^n \frac{\bar{Y} - Y_i}{y_i - y_0}, \quad L_{xy0} = \sum_{i=1}^n \frac{\bar{X} - X_i}{y_i - y_0} \tag{36}$$

$$L_{yx0} = \sum_{i=1}^n \frac{\bar{Y} - Y_i}{x_i - x_0}, \quad L_{xx0} = \sum_{i=1}^n \frac{\bar{X} - X_i}{x_i - x_0} \tag{37}$$

式(30)和式(31)中包含未知参数 x_0 和 y_0 , 通过求解该超越方程组即可得到 (x_0, y_0) 的估计值 (\hat{x}_0, \hat{y}_0) 。再将其代入式(28)和式(29), 求得 \hat{a} 和 \hat{b} 。

然后将 $\hat{y}_0, \hat{K} = \exp(\hat{a}), \hat{x}_0$ 和 \hat{b} 代入式(23), 得到中值退化曲线

$$\tilde{y} = \hat{y}_0 + \hat{K}(x - \hat{x}_0)^{\hat{b}} \tag{38}$$

由于该超越方程组求解较为困难, 需按下述方法通过数值计算求解。设 $y_{01}(x_0)$ 和 $y_{02}(x_0)$ 分

别是给定 x_0 时, 由式(30)和式(31)求得的解。当 $y_{01}(x_0)$ 和 $y_{02}(x_0)$ 满足下式时, 即可得到超越方程组的解 x_0 和 $y_0 = y_{01}(x_0) = y_{02}(x_0)$ 。

$$y_{01}(x_0) - y_{02}(x_0) = 0 \tag{39}$$

式(39)为一元方程, 能够方便地用二分法求解, 而 $y_{01}(x_0)$ 和 $y_{02}(x_0)$ 可以通过式(30)和式(31)用二分法求得, 该求解过程即为双二分法^[10]。也可以将式(30)和式(31)绘制在 x_0 - y_0 坐标系中, 得到两条曲线的交点 (\hat{x}_0, \hat{y}_0) , 即为其解。还可进一步根据该初始值 (\hat{x}_0, \hat{y}_0) , 采用商业软件按精度求解。

2.2 可靠性退化曲线的快速测试

对于一个试样对应一条退化曲线或异方差情况, 在时刻 x_i 下的标准差估计仍由式(16)计算。此时, 置信水平为 γ 、可靠度为 R 的退化量单侧置信下限由式(20)给出。

对于一个试样只得到一个试验数据的情况, σ 的估计量 $\hat{\sigma}$ 和自由度 ν 仍由式(18)和式(19)给出。在计算置信水平为 γ 、可靠度为 R 的退化量单侧置信下限时, 只要将式(20)~式(22)中的 $\hat{\sigma}_i$ 和 ν_i 分别换成 $\hat{\sigma}$ 和 ν 即可。

高置信度、高可靠度退化曲线也同样可用式(23)或式(26)描述。因此, 只要将式(27)~式(37)中的平均值 \bar{y}_i 换成退化量单侧置信下限 $y_{Ri}, i(=1, 2, \dots, n)$, 即可得到置信水平 γ 、可靠度 R 的性能退化量单侧置信下限曲线。

3 老化曲线的快速测试

橡胶构件是工程上常用的密封件, 贮存和使用过程中发生老化、密封性能丧失是其主要失效模式。描述橡胶老化的性能指标为压缩永久变形或残余应力比, 大量研究表明^[11-13] 橡胶残余性能与老化时间的关系可以用如下动力学经验公式表示:

$$P = B \exp(-kt^a) \tag{40}$$

当测试数据为压缩永久变形时, $P = 1 - \epsilon$; 当测试数据为残余应力比时, $P = \sigma/\sigma_0$ 。

对式(40)两边取对数, 得

$$\ln P = \ln B - kt^a \tag{41}$$

令

$$\ln P = y, \quad \ln B = y_0 \tag{42}$$

则式(41)改写为

$$y = y_0 - kt^a \tag{43}$$

因此, 橡胶老化属于三参数幂函数退化过程, 并且通常有 $k > 0$, 可采用本文方法进行快速

测试。

图 1 给出了某硫化橡胶在 85 °C 下的老化试验结果,原始数据见文献[13]。由于该条件下只有一个试样,这里仅讨论其中值退化曲线的测试。首先使用全部测试数据进行拟合,然后只使用 $t = 3.456 \times 10^5$ s 及其之前的数据进行拟合和外推。由图 1 可见,所得老化曲线整体上与全部数据拟合的曲线比较接近,只在外推段稍偏下。当给定相同的失效阈值时,相应的寿命预测结果更加安全。从中可以看到,本文方法只用原试验时间的 1/3 就能实现老化曲线的快速测试,即能节省约 2/3 的试验时间和费用。

分别使用两阶段测试数据和只使用快速退化阶段试验数据(800 min 及其之前的测试数据)进行拟合,得到中值退化曲线如图 2 所示。

从图 2 可知,本文方法仅用第一阶段快速退化试验数据得到的松弛曲线与采用全部两阶段试验数据拟合出的弹簧应力松弛曲线十分接近,只在外推段稍偏于保守。即本文方法只需原试验时间的 1/3 就能快速测试出该弹簧的应力松弛曲线。

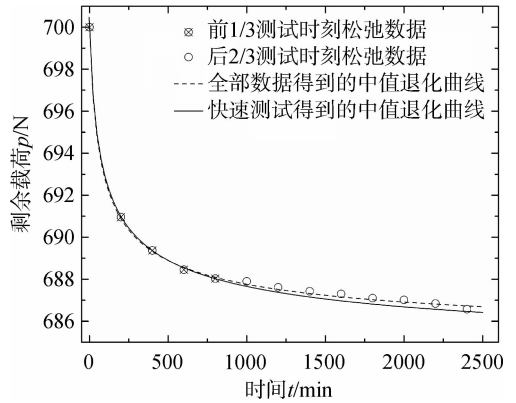
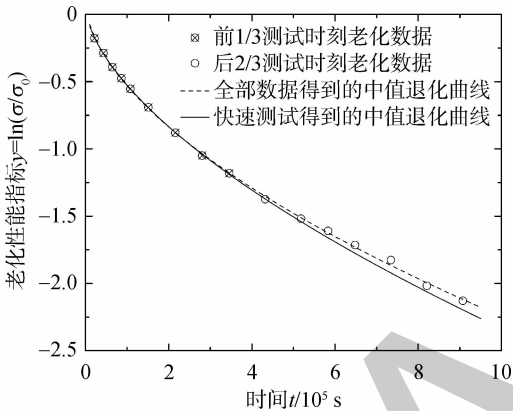


图 1 硫化橡胶老化曲线快速测试结果对比
Fig. 1 Comparisons of rapid determination results for aging curve of vulcanized rubber

图 2 圆柱螺旋弹簧应力松弛曲线快速测试结果对比
Fig. 2 Comparisons of rapid determination results for stress relaxation curve of cylindrical helical spring

4 松弛曲线的快速测试

5 结论

典型弹簧应力松弛曲线明显分为两个阶段:第一阶段载荷随时间迅速降低;第二阶段载荷随时间缓慢下降,逐渐趋于一个稳定值,即为松弛极限^[14-16]。文献[17]针对圆柱螺旋弹簧给出了一种完整的应力松弛动力学方程

1) 结合各领域的研究成果,发现“先快后慢”这一类退化过程,均可用三参数或四参数幂函数对整条退化曲线进行描述。

$$p - p_0 = K'(t + \delta)^{\frac{-1}{m^* - 1}} \quad (44)$$

令

$$p_i = p_0, \quad K' = K, \quad \delta = -t_0, \quad \frac{-1}{m^* - 1} = b \quad (45)$$

则式(44)改写为

$$p = p_0 + K(t - t_0)^b \quad (46)$$

因此,圆柱螺旋弹簧的应力松弛过程可以用四参数幂函数进行描述,其中 p_0 表示松弛极限。

2) 本文提出的幂函数退化曲线快速测试方法,根据快速退化阶段试验数据或加上少量缓慢退化阶段的试验数据,即可对整条退化曲线进行拟合和外推,且能很好地逼近真值或偏于保守,工程上安全可用。

3) 进一步研究发现,对于“先快后慢”两阶段退化过程,其高置信度、高可靠度退化曲线也能很好地用三参数或四参数幂函数描述。

4) 给出的中值退化曲线和高置信度、高可靠度退化曲线快速测试方法,计算简单,便于工程应用。

5) 大量实例计算和 Monte Carlo 模拟结果表明,本文方法可以比传统方法节省大量试验时间和成本。

图 2 给出了某圆柱螺旋压缩弹簧在 120 °C 下应力松弛的剩余载荷中值,原始数据见文献[18]。

参考文献:

[1] 尹西岳. 温度、应力加速试验对螺旋压缩弹簧应力松弛行

- 为的影响[D]. 天津:天津大学,2012.
- YIN Xiyue. Effects of temperature and stress accelerated testing on stress relaxation behavior of helical compress spring[D]. Tianjin: Tianjin University, 2012. (in Chinese)
- [2] 吴琼,傅惠民. 橡胶密封性能多元双方差回归分析方法[J]. 航空动力学报, 2011, 26(8): 1855-1859.
- WU Qiong, FU Huimin. Sealing performance multivariate two-variance regression analysis method for rubbers[J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(8): 1855-1859. (in Chinese)
- [3] 张少波,傅惠民. 蠕变持久寿命幂函数预测方法[J]. 机械强度, 2004, 26(6): 662-665.
- ZHANG Shaobo, FU Huimin. Power function method for creep life prediction[J]. Journal of Mechanical Strength, 2004, 26(6): 662-665. (in Chinese)
- [4] WANG X, JIANG P, GUO B, et al. Real-time reliability evaluation for an individual product based on change-point Gamma and Wiener process[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2014, 30(4): 513-525.
- [5] AGRAWAL G P, DUTTA N K. Semiconductor lasers[M]. New York: Springer Science and Business Media, 2013.
- [6] 魏高乐, 陈志军. 基于多阶段-随机维纳退化过程的产品剩余寿命预测方法[J]. 科学技术与工程, 2015, 15(26): 27-34.
- WEI Gaole, CHEN Zhijun. Prediction of residual life of products based on multi-stage stochastic Wiener degradation process[J]. Science Technology and Engineering, 2015, 15(26): 27-34. (in Chinese)
- [7] 冯静. 基于秩相关系数的加速贮存退化失效机理一致性检验[J]. 航空动力学报, 2011, 26(11): 2439-2444.
- FENG Jing. Consistent test of accelerated storage degradation failure mechanism based on rank correlation coefficient[J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(11): 2439-2444. (in Chinese)
- [8] 傅惠民. 二维单侧容限系数方法[J]. 航空学报, 1993, 14(3): 166-172.
- FU Huimin. A method of two-dimensional one-sided tolerance factors[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1993, 14(3): 166-172. (in Chinese)
- [9] 傅惠民. 正态分布百分位值和百分率的置信限和容忍限公式[J]. 航空学报, 1994, 15(1): 94-101.
- FU Huimin. Formulas for tolerance limits and confidence limits of normal population percentiles and percentages [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1994, 15(1): 94-101. (in Chinese)
- [10] 傅惠民, 张应福. 解非线性方程组的一元化方法[J]. 机械强度, 1999, 21(3): 205-207.
- FU Huimin, ZHANG Yingfu. Univariate method for solving nonlinear simultaneous equations[J]. Journal of Mechanical Strength, 1999, 21(3): 205-207. (in Chinese)
- [11] 李咏今. 硫化橡胶热氧老化时物理机械性能变质规律的研究[J]. 特种橡胶制品, 1997, 18(1): 42-51.
- LI Yongjin. Study on degradation rule of physical mechanical property of vulcanizate during the period of heat ageing [J]. Special Purpose Rubber Products, 1997, 18(1): 42-51. (in Chinese)
- [12] 肖坤, 顾晓辉, 彭琛. 基于恒定应力加速退化试验的某引信用 O 型橡胶密封圈可靠性评估[J]. 机械工程学报, 2014, 50(16): 62-69.
- XIAO Kun, GU Xiaohui, PENG Chen. Reliability evaluation of the O-type rubber sealing ring for fuse based on constant stress accelerated degradation testing[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(16): 62-69. (in Chinese)
- [13] 熊传溪. 橡胶老化的化学应力松弛数学模型[J]. 合成橡胶工业, 1992, 15(3): 180-183.
- XIONG Chuanxi. Mathematical model for chemical stress relaxation of rubbers in aging[J]. China Synthetic Rubber Industry, 1992, 15(3): 180-183. (in Chinese)
- [14] 奥金格 И А, 伊凡诺娃 В С, 布尔杜克斯基 В В, 等. 金属的蠕变与持久强度理论[M]. 北京: 中国工业出版社, 1966.
- [15] 芮二明. 60Si2MnA 弹簧钢的应力松弛加速试验技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010.
- RUI Erming. A study on stress relaxation accelerated test of 60Si2MnA steel[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010. (in Chinese)
- [16] 申发兰, 陈明和, 冯建超. TA15 合金高温应力松弛和流变应力行为[J]. 宇航材料工艺, 2013, 43(3): 114-119.
- SHEN Falan, CHEN Minghe, FENG Jianchao. Stress relaxation and flow stress of TA15 alloy at elevated temperature[J]. Aerospace Materials and Technology, 2013, 43(3): 114-119. (in Chinese)
- [17] 李忆莲, 朱知寿. 螺旋弹簧(1Cr18Ni9)的应力松弛: 动力学方程及稳定化技术[J]. 机械工程学报, 1992, 28(3): 17-22.
- LI Yilian, ZHU Zhishou. Stress relaxation of the spring (1Cr18Ni9)-dynamic and technology of stabilization[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1992, 28(3): 17-22. (in Chinese)
- [18] 王宗仁, 李毅, 刘波, 等. 一种基于压簧应力松弛测试数据的可靠度确定方法: 105300673B[P]. 2017-07-28.

(编辑: 陈 越)